

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННЫХ ДАВЛЕНИИ И ОБЪЕМЕ РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ

Цель работы – изучение процесса распространения звуковой волны, измерение скорости звука в воздухе при различных температурах и определение отношения теплоемкостей $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Теория метода

Упругими волнами называются распространяющиеся в упругой среде механические возмущения (деформации). Пусть вдоль однородного цилиндрического образца с площадью поперечного сечения S распространяется упругая продольная волна. Следовательно, образцом со скоростью v распространяется относительная деформация $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ (рис. 7.1). Выделив некоторую часть образца, найдем плотность недеформированной среды:

$$\rho = \frac{m}{Sl}, \quad (7.1)$$

где l – длина выделенной части образца. Сжатию соответствует увеличение плотности, следовательно, плотность в области сжатия

$$\rho + \Delta\rho = \frac{m}{S \cdot (l - \Delta l)}. \quad (7.2)$$

Здесь мы учитываем, что площадь поперечного сечения S образца не изменяется при распространении продольной волны. В формуле (7.2) умножим числитель и знаменатель на величину $(l + \Delta l)$:

$$\rho + \Delta\rho = \frac{m(l + \Delta l)}{S \cdot (l^2 - \Delta l^2)}.$$

Учитывая, что $\Delta l^2 \ll l^2$, получим

$$\rho + \Delta\rho = \frac{m(l + \Delta l)}{S \cdot l^2} = \frac{m}{S \cdot l} + \frac{m \cdot \Delta l}{S l^2}.$$

Отсюда, учитывая формулу (7.1), имеем

$$\rho + \Delta\rho = \rho + \rho \cdot \frac{\Delta l}{l},$$

или

$$\Delta\rho = \rho\varepsilon. \quad (7.3)$$

Распространение возмущения представляет собой движение области сжатия со скоростью v вдоль образца. За промежуток времени dt через поперечное сечение пройдет участок сжатия длиной $dx = vdt$. Масса этого участка

$$dm = \Delta\rho \cdot S \cdot dx, \text{ или, учитывая (7.3), } dm = \rho \cdot \varepsilon \cdot S \cdot v \cdot dt.$$

Масса dm движется со скоростью v и имеет импульс $V \cdot dm = \rho \cdot \varepsilon \cdot S \cdot v^2 \cdot dt$. Это изменение импульса массы dm (поскольку до прохождения возмущения эта масса покоилась) по второму закону Ньютона равно произведению действующей на нее силы упругости и времени ее действия. Записывая силу упругости по закону Гюка

$$F = E \cdot \frac{\Delta l}{S \cdot l}, \quad (7.4)$$

получаем

$$F \cdot dt = E \cdot \varepsilon \cdot S \cdot dt,$$

где E – модуль упругости.

Следовательно:

$$\rho \cdot \varepsilon \cdot S \cdot v^2 \cdot dt = E \cdot \varepsilon \cdot S \cdot dt,$$

откуда

$$v^2 = \frac{E}{\rho}$$

и скорость распространения продольной упругой волны

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (7.5)$$

Если упругая волна распространяется в газе, находящемся в гладкой цилиндрической трубке с постоянным поперечным сечением, то, учитывая, что в отличие от твердых тел, газы не оказывают сопротивления сдвигу, в них могут возникнуть только продольные волны, и, следовательно, скорость распространения упругой волны в газе можно вычислить по формуле (7.5). Определим величину E для газа. Если при действии силы F на некоторый объем газа давление в нем получит прирост ΔP по отношению к давлению газа P в невозмущенном состоянии, то по аналогии с (7.4)

$$\Delta P = E \cdot \frac{\Delta V}{V}.$$

Если считать изменения давления dP и объема dV бесконечно малыми, можно записать

$$E = - \frac{dP}{\frac{dV}{V}}. \quad (7.6)$$

где знак минус означает, что увеличение давления соответствует уменьшению объема.

Пусть в газе распространяется звуковая волна, которая представляет собой упругую волну малой интенсивности, способную вызвать ощущение звука, с частотой от 16 до 20000 Гц. Колебания плотности в звуковой волне происходят так быстро, что теплообмен между слоями газа, имеющими различные температуры, не успевает произойти. Поэтому процесс распространения звуковой волны в газе можно считать адиабатным и к нему можно применить уравнение Пуассона (6.11). Дифференцируя это уравнение, получим

$$\gamma' \cdot dP + \gamma \cdot P \cdot \gamma'^{-1} \cdot d\gamma' = 0.$$

Откуда

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \cdot \frac{d\gamma'}{\gamma'} \quad (7.7)$$

Из (7.6) и (7.7) найдем

$$E = \gamma \cdot P. \quad (7.8)$$

Определив P из уравнения Клапейрона-Менделеева и учитывая, что

плотность газа $\rho = \frac{m}{V}$, получим

$$P = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{\mu}.$$

Подставим значение P в (7.8), и тогда

$$E = \gamma \cdot \rho \cdot \frac{R \cdot T}{\mu}. \quad (7.9)$$

Подставив соотношение (7.9) в формулу (7.5), будем иметь формулу Лапласа для расчета скорости звука в газе:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{\mu}} \quad (7.10)$$

из которой вытекает

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{v^2 \cdot \mu}{R \cdot T}. \quad (7.11)$$

Таким образом, для определения отношения теплоемкостей газа γ достаточно измерить его температуру и скорость распространения звука v в этом газе.

Скорость звука при данной температуре может быть определена резонансным методом. Во время распространения волны вдоль закрытого канала, она многократно отражается от торцов, и звуковые колебания в канале – результат наложения этих отраженных волн. Если длина канала L равна целому числу полуволн $L = \frac{n \cdot \lambda}{2}$ (n – некоторое целое число, λ – длина волны), то волна, отраженная от торца канала, возвратившись к его началу и снова отражаясь, совпадает по фазе с падающей волной. Такие волны усиливают друг друга, амплитуда колебаний при этом резко возрастает – наступает резонанс. При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам канала, не испытывают смещения. В этих местах образуются узлы смещения, которые повторяются через $\lambda/2$ по всей длине канала. Между узлами находятся максимумы смещения (пучности).

Скорость звука v связана с частотой колебаний ν и длиной волны λ соотношением $v = \lambda \nu$, с учетом которого условие резонанса можно записать в виде

$$2 \cdot L \cdot \nu_0 = n \cdot v, \quad (7.12)$$

где ν_0 – резонансная частота.

Зависимость (7.12) резонансной частоты от номера резонанса n может быть проверена экспериментально. Изменяя частоту колебаний при постоянной

длине канала, необходимо построить график зависимости $\nu_0 = f(n)$, по угловому коэффициенту которого $K_\alpha = \frac{v}{2 \cdot L}$ определяют скорость звука.

Экспериментальная установка

Для определения отношения теплоемкостей воздуха $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ резонансным методом существует экспериментальная установка ФПТ-1-7, общий вид которой показан на рисунке 7.2.

Рабочий элемент установки представляет собой стеклянную трубу длиной L , на торцах которой размещены телефон и микрофон. Температуру воздуха в трубе можно изменять с помощью нагревательной спирали, навитой на трубу. Мощность нагревателя устанавливается регулятором "Нагрев", находимся на передней панели блока приборов I . Температура воздуха в трубе измеряется по дупироводниковым термометром и регистрируется на цифровом индикаторе "Температура". В блоке приборов расположен генератор звуковых колебаний, подключенный к телефону, возбуждающий звуковые колебания в трубе. Частота колебаний, заданная звуковым генератором регулируется ручками "Трубо" и "Точно" и регистрируется на цифровом индикаторе "Частота". Сигнал микрофона измеряется миллиамперметром – "индикатором резонанса", чувствительность которого регулируется ручкой "Усиление". Максимальные значения тока, зарегистрированные миллиамперметром во время плавного изменения частоты колебаний, соответствуют появлению резонанса в канале. Длина трубы L указана на рабочем месте.

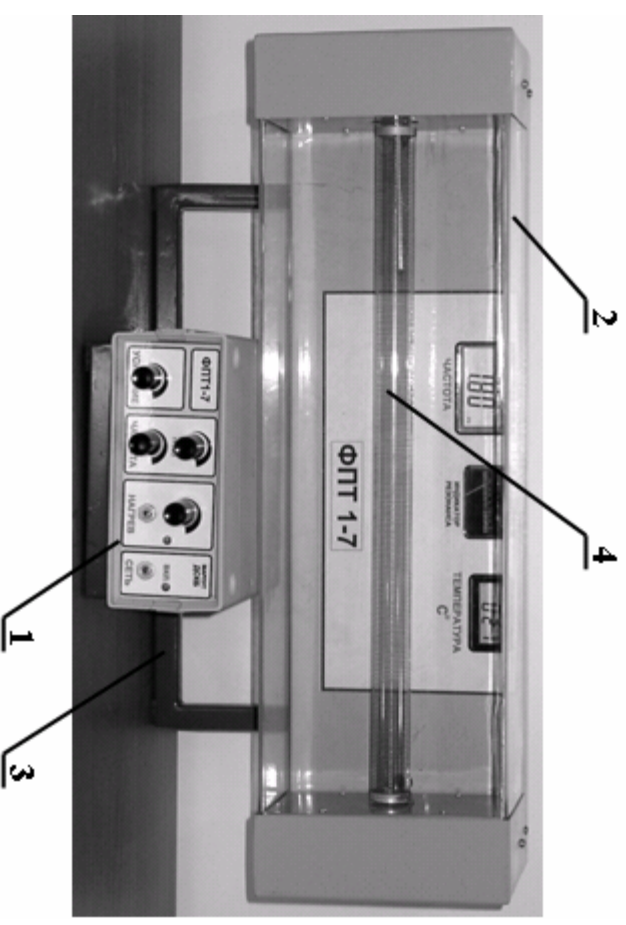


Рисунок 7.2. Общий вид экспериментальной установки ФПП-7:

1 – блок приводов; 2 – блок рабочего элемента; 3 – стойка; 4 – труба с нагревателем

Порядок выполнения работы

1. Включить установку тумблером "Сеть".
2. Рукоятки "Трубо" и "Точно" установить в крайнее левое положение. Рукояткой "Усиление" отрегулировать чувствительность индикатора резонанса" (стрелка должна быть приблизительно на трети шкалы).
3. Плавно увеличивая с помощью рукояток "Трубо" и "Точно" частоту колебаний, заданных звуковым генератором, определить частоту 1-го резонанса по наибольшему отклонению стрелки на шкале "Индикатора резонанса". Результаты измерений занести в таблицу 7.1.
4. Постепенно увеличивая частоту колебаний с помощью рукояток "Трубо" и "Точно" и выбирая нужную чувствительность системы индикации резонанса рукояткой "Усиление", определить частоту 2...6 резонансов. Производя изменения при уменьшении частоты, убедиться в повторяемости результатов. Результаты измерений занести в таблицу 7.1.
5. Включить тумблер "Нагрев" и регулятором температуры нагрева достичь температуры воздуха в трубе $t_2 = 40...45^{\circ}\text{C}$. После стабилизации температуры произвести измерения по пп. 2-4.
6. Увеличивая нагрев, достичь температуры воздуха в трубе $t_3 = 55...60^{\circ}\text{C}$. После стабилизации температуры произвести измерения по пп. 2-4.
7. Регулятор температуры нагрева вывести в крайнее левое положение, выключить тумблер "Нагрев", ручки "Усиление", "Трубо" и "Точно" установить в крайнее левое положение, после чего выключить установку тумблером "Сеть".

Таблица 7.1

№ резонанса	$t_1=0^{\circ}\text{C}$			$t_2=0^{\circ}\text{C}$			$t_3=0^{\circ}\text{C}$		
	ν , Гц	ν , м/с	γ	ν , Гц	ν , м/с	γ	ν , Гц	ν , м/с	γ

Обработка результатов измерений

1. Построить график зависимости резонансной частоты от номера резонанса $\nu_0 = f(n)$ для каждой из температур и определить угловые коэффициенты K_a для каждого графика.
2. Для каждого значения температуры воздуха в трубе, используя полученные угловые коэффициенты K_a , определить скорость звука ν по формуле $\nu = 2 \cdot L \cdot K_a$ и отношение теплоемкостей γ по формуле (7.11), учитывая, что молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.
3. Оценить погрешность результатов измерения.

Контрольные задания

1. Что такое упругая волна? Охарактеризуйте процесс распространения упругой волны в газе.
2. Выведите формулу скорости распространения упругой волны.
3. Сформулируйте 1 закон термодинамики. Запишите этот закон для изобарного, изохорного, изотермического и адиабатного процессов.
4. Выведите формулу Майера.

5. Выведите уравнение Пуассона.
6. Что такое адиабатный процесс? Почему процесс распространения звуковой волны в газе – адиабатный?
7. Что такое звуковая волна? Выведите формулу скорости звука в газе.
8. В чем заключается резонансный метод определения скорости звука в газе?
9. Почему при распространении звука в закрытом канале могут образовываться узлы и пучности? При каких условиях они образуются?
10. Как изменяется скорость звука в воздухе при изменении его температуры?